

Effiziente, operative Torbelegung mittels kombinatorischer Auktionen

DIPL.-ING. MATTHIAS STICKEL
 INSTITUT FÜR FÖRDERTECHNIK UND LOGISTIKSYSTEME,
 UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)

Zusammenfassung

Das operative Torbelegungsproblem (TBP) z. B. an einem Distributions- oder Crossdockingzentrum ist ein logistisches Problem, bei dem es gilt, an- und abfahrende Fahrzeuge zeitlich und räumlich so auf die Warenein- und -ausgangstore zu verteilen, dass eine möglichst kostengünstige Abfertigung ermöglicht wird. Bisherige Arbeiten, die sich mit dem TBP beschäftigen, lassen Aspekte der Kooperation außer Acht. Dieser Beitrag stellt ein Verfahren vor, durch das der Nachteil einseitig optimaler Torbelegungen überwunden werden kann. Dabei wird auf das Mittel der kombinatorischen Auktionen zurückgegriffen und das TBP als Allokationsproblem modelliert, bei dem Frachtführer um Bündel konsekutiver Einheitszeitintervalle an den Toren konkurrieren. Mittels eines Vickrey-Clarke-Groves-Mechanismus wird einerseits die Anreizkompatibilität, andererseits die individuelle Rationalität des Auktionsverfahrens sichergestellt. Das Verfahren wurde in ILOG OPL Studio 3.6.1 implementiert und die durch Testdaten gewonnenen Ergebnisse zeigen, dass die Laufzeiten gering genug sind, um das Verfahren für die operative (kurzfristige) Planung einzusetzen und so transportlogistische Prozesse für alle Beteiligten wirtschaftlicher zu gestalten.

Abstract

The operational dock door assignment problem (DDAP) e.g. in distribution centres or cross-docking terminals is a logistical Problem in which a temporal and spatial allocation of arriving and departing trucks to dock doors has to be found, so that a cost effective dispatchment becomes possible. Previous works, which approached the DDAP neglected aspects of cooperation. This contribution presents a mechanism, by which the disadvantage of single-sided optimized assignments can be overcome. In this combinatorial auctions are applied to the DDAP, which is modelled as an allocation problem where freight carriers compete for bundles of consecutive time intervals at the dock doors. By using a Vickrey-Clarke-Groves-Mechanism the incentive compatibility and the individual rationality of the mechanism is being ensured. The mechanism has been implemented in ILOG OPL Studio 3.6.1 and the results won by test data show, that the runtimes are short enough to apply the mechanism in operational (short-term) planning activities and thereby allow cost effective logistic processes for all participants.

1. Das Torbelegungsproblem

Die Torbelegungsplanung ist eine der zentralen Aufgaben in der Steuerung logistischer Anlagen wie z. B. Distributionszentren, Crossdockingzentren oder Stückgutspeditionsanlagen [Chmielewski05]. Dabei müssen die verfügbaren Abfertigungsrampen so unter den anliefernden oder abholenden Fahrzeugen verteilt werden, dass insgesamt ein möglichst kostengünstiger Betrieb der Be- und Entladungen ermöglicht wird. Bedenkt man dabei den dynamischen Verlauf der Lkw-Ankünfte an einem Logistikzentrum [Arnold98], so wird deutlich, dass insbesondere in der operativen Planung der Torbelegung nicht nur die räumliche sondern vielmehr noch die zeitliche Allokation wichtig ist, um einen reibungslosen Ablauf zu gewährleisten. Das Planungsproblem wird im Folgenden als Torbelegungsproblem (TBP) bezeichnet.

In der Praxis ist es oft üblich, dass bestimmten Zielgebieten Abfertigungstore fest zugeordnet werden, während ankommende Transportmittel ohne bestimmte Regel freien Abfertigungstoren zugewiesen werden [Bermudez01].

In [Gue99] und [Bartholdi99] wird am Beispiel eines Crossdockingzentrums gezeigt, dass eine Torbelegungsplanung ankommender Transportmittel unter Berücksichtigung der geladenen Ware und der entsprechenden Zielgebiete die Arbeitskosten für das Handling innerhalb des Crossdockingzentrums um bis zu 20% reduzieren kann. Eine wesentliche Voraussetzung für die Er-

zielung solcher Werte ist dabei ein entsprechender Informationsvorlauf über die Lkw-Ankünfte sowie eine maschinelle Planungsunterstützung.

In [Tsui92] wird ein Verfahren vorgestellt, durch das Ziel- und Quellgebiete der umzuschlagenden Waren fest an die jeweiligen Abfertigungstore zugewiesen werden mit dem Ziel, die gewichtete Distanz für den Warenfluss innerhalb des Gebäudes zu minimieren.

In [Bartholdi99] wird dieser Ansatz aufgegriffen und um Komponenten für evtl. Stauungen im Warenfluss erweitert. Auch hier wird eine feste Zuordnung von Ziel- und Quellgebieten zu Abfertigungstoren unterstellt. Die bereits zitierten Arbeiten von [Bermudez01] und [Chmielewski05] beschäftigen sich mit dem Problem der Torbelegung. Die vorgestellten Planungsverfahren sind jedoch klar der längerfristigen Planung zuzuordnen, da sie das Ziel haben, fixe Belegungspläne zu erstellen, um bspw. verbesserte Layouts zu ermitteln. Eine zeit- und mengenmäßige Koordination der kurzfristigen Warenflüsse findet nicht statt.

Für eine ganzheitliche Optimierung der logistischen Abläufe sollte die Torbelegung jedoch nicht starr sein, sondern der operativen Situation angepasst werden können. Dadurch können weitere Kostensenkungspotenziale für alle Beteiligten erschlossen werden.

2. Kostensenkungspotenzial durch kooperatives Verhalten

Zum besseren Verständnis betrachte man die in Abbildung 1 dargestellte abstrahierte Planungssituation. Dargestellt ist das TBP ankommender Fahrzeuge an eine beliebige logistische Anlage. Die ankommenden Lkw starten von jeweils unterschiedlichen Depots auf eine Tour zum Auf sammeln und Verteilen der Güter. Der betrachtete Wareneingang ist dabei ein beliebiger Kunde innerhalb der Tour. Die von den unabhängigen Depots startenden Fahrzeuge werden von autonomen Logistikdienstleistern (LDL) geplant.

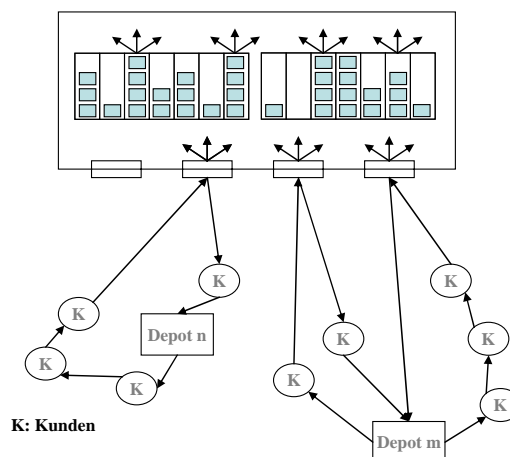


Abbildung 1: Beispielhafte Planungssituation für das Torbelegungsproblem

Bisherige Arbeiten zum Thema TBP haben stets die Sicht des Warenempfängers eingenommen. Dies entspricht auch der gängigen Praxis, in der eine unilaterale Zuordnung der Abfertigungstore und -zeitfenster durch den Warenempfänger erfolgt. Dabei wird versucht die Ankünfte exakt so zu terminieren, dass z. B. eine produktionskonforme (Just-In-Time) Anlieferung erfolgt. Besitzt der Warenempfänger jedoch keine strengen Reihenfolgerestriktionen hinsichtlich der Warenankünfte, es ihm z. B. mehr auf eine ausgeglichene Auslastung an den Abfertigungsrampen und eine kostenoptimale Personaleinsatzplanung ankommt, so ist eine Berücksichtigung der Auswirkung einseitig optimierter Torbelegungsplanungen auf die Kosten der anliefernden LDL ratsam. Die entstehenden Kosten, die durch verfrühte oder allgemein nicht-termingerechte Anlieferung entstehen, sind u.U. nicht so groß, als dass sie nicht durch Kostenersparnisse in der Tourenplanung des anliefernden LDL kompensiert oder gar überkompensiert werden könnten.

Als Beispiel betrachte man Abbildung 2 :

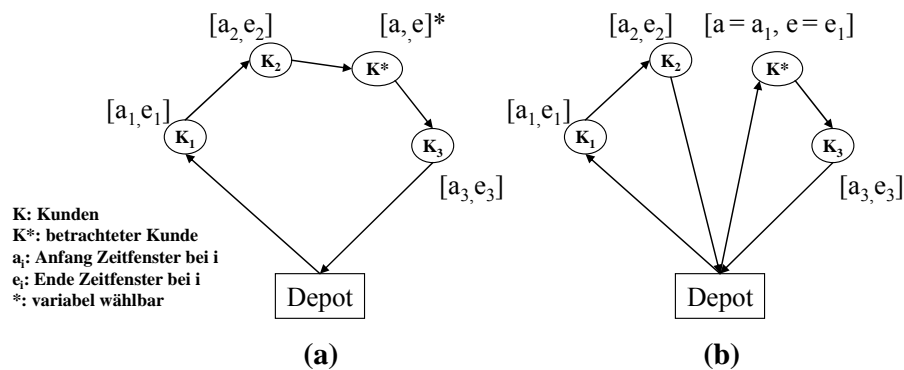


Abbildung 2: Einsparpotenzial in der Tourenplanung durch variable Zeitfenster: (a) Der betrachtete Kunde K^* kann in die Tour integriert werden. (b) Das Zeitfenster von K^* kollidiert mit dem Zeitfenster des Kunden 1. Es muss daher eine zweite Tour gefahren werden

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Auswirkungen ungünstiger Zeitfenster auf die Kosten der Tourenplanung experimentell untersucht. Dabei wurden standardisierte Testdatensätze [Solomon87] verwendet und so weit verändert, dass ein Kunde zufällig ausgewählt werden konnte und dessen Zeitfensterrestriktion sukzessive über den gesamten Planungszeitraum verändert wurde. Abbildung 3 zeigt die Ergebnisse zusammenfassend. Es kann festgestellt werden, dass die Torbelegung und die daraus resultierende Zeitfensterrestriktion in der Tourenplanung (Pick-up and Delivery Problem with Time Windows - PDPTW) der LDL zu enormen Mehrkosten führt. Im Umkehrschluss kann daraus abgeleitet werden, dass eine Berücksichtigung dieser Kosten in der TBP ein entsprechend ebenso großes Kostensenkungspotenzial eröffnet.

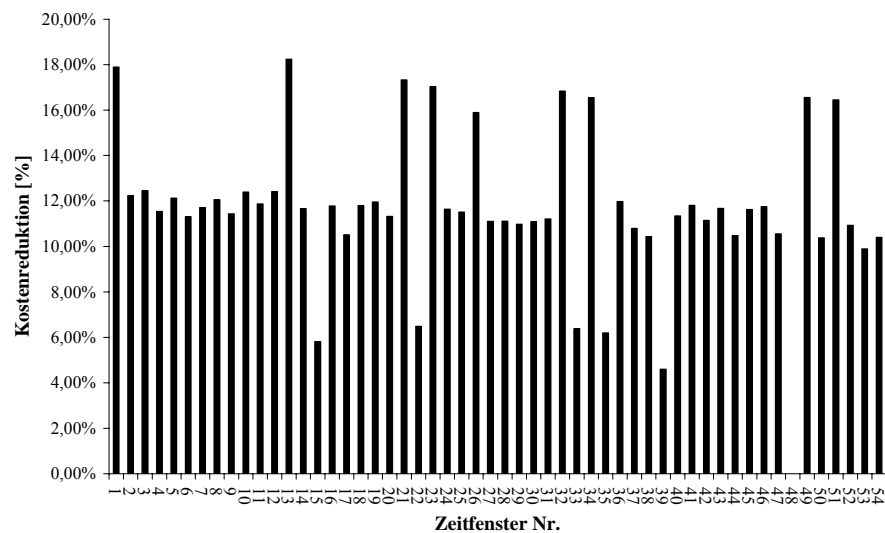


Abbildung 3: Beispiel für die Auswirkung der Zeitfensterallokation: Experimentell konnten die resultierenden Kosten des PDPTW ermittelt werden. Dargestellt ist die prozentuale Kostenreduktion im Vergleich zum Maximalwert (Zeitfenster Nr. 48).

Die Kostendifferenz könnte der LDL an den Kunden als Kompensation abgeben (ihn sozusagen "bestechen"), damit dieser ihm erlaubt, früher anzuliefern, denn sogar bei Bezahlung der vollen Kostendifferenz würden dem LDL keine höheren Kosten entstehen. Zeitfenster haben demnach für jeden LDL je nach dessen Auftragslage und Kostenstruktur einen bestimmten Wert. Dieser Wert entspricht Kostendifferenzen in alternativen Tourenplanungen und kann exakt quantifiziert werden.

Der Kunde könnte nun beginnen, Ankunftszeitfenster mit jedem ankommenden LDL bilateral zu verhandeln. Er müsste aber sicherstellen, dass es zu keiner "Überbuchung" innerhalb eines Zeitfensters kommt.

Dies ist wichtig, da eine Überbuchung zwangsläufig zu Warteschlangen führen würde. Warteschlangen wiederum erzeugen Wartezeiten, welche sich auf die Durchlaufzeiten der Lkw-Entladungen addieren. Konflikte um gewünschte Zeitfenster kommen aber automatisch vor, wenn zwei LDL gleiche oder überlappende Zeitfenster für ihren jeweils kostengünstigsten Tourenplan benötigen. Der hierbei entstehende Koordinationsaufwand wäre schnell so groß, dass er aus Sicht des Kunden nicht mehr lohnenswert erschiene, da die Kosteneinsparpotenziale in erster Linie aufseiten der LDL liegen. Eine Lösung des vorliegenden Koordinationsproblems durch bilaterale Verhandlungen scheidet demnach aufgrund des hohen Kommunikationsaufwandes und der Komplexität des Problems aus.

Vielmehr müssen bei der Entscheidungsfindung Aspekte und Präferenzen aller Beteiligten simultan berücksichtigt werden. Nur die multilaterale Verhandlung ermöglicht eine für alle Beteiligten zufriedenstellende Lösung des Koordinationsproblems. Der im Vergleich zur bilateralen Verhandlung entstehende Kommunikationsaufwand kann durch geeignete Verhandlungsprotokolle geringer gehalten werden.

In der wissenschaftlichen Literatur des Operations Research wurden in den letzten Jahren insbesondere Methoden der ökonomischen Koordinationsmechanismen bzw. der Auktionstheorie, einem Zweig der mathematischen Spieltheorie, verwendet, um Ressourcenallokations- bzw. Schedulingprobleme adäquat zu lösen. Insbesondere im Umfeld von multilateralen Verhandlungen, also Verhandlungen, an denen heterarchische Parteien beteiligt sind, haben sich Auktionsmechanismen als besonders erfolgreich zur Lösung solcher Allokationsprobleme erwiesen. Hierfür bietet die Literatur einige Beispiele erfolgreicher Anwendungen ökonomischer Koordinationsmechanismen auf logistische Probleme des Operations Research. Aus Platzgründen sei an dieser Stelle nur auf einige wichtige verwiesen: [Gomber97], [Gomber00], [Weinhard98], [Pankratz99] und [Conen03].

3. Einfache und kombinatorische Auktionsmechanismen

Auktionsmechanismen können nach diversen Unterscheidungskriterien differenziert werden. Insgesamt existieren in der wissenschaftlichen Literatur sechs Hauptkriterien, die immer wieder dazu verwendet werden Auktionsmechanismen zu charakterisieren.

Dazu zählt in erster Linie die Anzahl der zu versteigernden Güter. Auktionen die dazu dienen ein Gut pro Auktion zu allozieren werden als einfache Auktionen bezeichnet. Auktionen für mehrere Güter mit additiven Nutzeneffekten bei den Bietern werden als kombinatorische Auktionen bezeichnet. Weiterhin unterscheidet man Auktionsmechanismen dahingehend, ob sie ein- oder mehrstufig ablaufen, ggf. die Preissteigerung auf- oder absteigend ist, die Gebotsabgabe offen oder geschlossen ist und ob es sich um eine Höchstpreis- oder Zweitpreis-Auktion handelt. Weiterhin kann danach differenziert werden, ob eine Auktion ein- oder zweiseitig ist. Zweiseitige Auktionen sind dadurch gekennzeichnet, dass es mehrere Verkäufer gibt. Im Gegensatz dazu haben einseitige Auktionen nur einen Verkäufer, den Auktionator.

Es haben sich sowohl in der Auktionstheorie als auch in der Praxis vier grundlegende einfache Auktionsformen etabliert [McAfee87]:

- Die Englische Auktion
- Die Holländische Auktion
- Die einstufige, geschlossene Höchstpreis-Auktion
- Die einstufige, geschlossene Zweitpreis-Auktion (Vickrey Auktion)

3.1 Einstufige, geschlossene Zweitpreis-Auktion (Vickrey Auktion)

Der Mechanismus der Vickrey-Auktion gleicht dem einer Höchstpreis-Auktion, lediglich in der Preisberechnung unterscheidet sich die Vickrey Auktion. Den Zuschlag erhält hier zwar auch der Bieter mit dem höchsten Gebot, jedoch zum Preis des zweithöchsten Gebots, der sogenannten "Vickreyzahlung" [Vickrey61].

Benannt ist diese Auktionsform nach dem Nobelpreisträger für Ökonomie William Vickrey, der die ersten umfassenden theoretischen Untersuchungen dieses Auktionstyps durchgeführt hat. Nach dem "Vickrey Prinzip" entscheidet demnach nicht die Höhe eines Gebots über den zu bezahlenden Preis, sie dient lediglich dazu zu entscheiden, wer das Gut erhält. Daher riskiert ein Auktionsteilnehmer, der unter seiner eigenen Wertschätzung liegt, den Zuschlag nicht zu erhalten, während ein Teilnehmer, der höher als seine eigene Wertschätzung bietet, riskiert zu viel für das Gut zu bezahlen (Winner's Curse) [Gomber99].

Es konnte für die Vickrey Auktion bewiesen werden, dass wahrheitsgemäßes Bieten eine dominante Strategie ist (Anreizkompatibilität) [Vickrey61]. [Conen03] hat darüber hinaus gezeigt, dass alle Auktionen, die Vickreyzahlungen implementieren, anreizkompatibel sind, wahrheitsgemäßes Bieten also immer die erfolversprechendste Strategie ist

Tabelle 1 zeigt abschließend eine Gegenüberstellung der einfachen Auktionen. Festzuhalten bleibt, dass bei wahrheitsgemäßem, nicht-strategischem Bieten und der Annahme, dass keine Gebotsabsprachen vorliegen, alle Auktionen den gleichen Gewinner ermitteln. In der Englischen und der Vickrey Auktion fallen sogar die zu zahlenden Preise gleich aus.

Tabelle 1: Gegenüberstellung einfacher Auktionsmechanismen und ihren Eigenschaften

	Englische Auktion	Holländische Auktion	Höchstpreis Auktion	Vickrey Auktion
Ablauf	Mehrstufig	Mehrstufig	Einstufig	Einstufig
Gebotsverlauf	Ansteigend	Absteigend	-	-
Gebotsabgabe	Offen	Offen	Geschlossen	Geschlossen
Preisbestimmung	Zweitpreis	Höchstpreis	Höchstpreis	Zweitpreis
Anreizkompatibel	Ja	Nein	Nein	Ja
Absprachensicher	Ja	Nein	Nein	Ja

3.2 Kombinatorische Vickrey Auktion

Wie eingangs erwähnt, können Auktionsmechanismen prinzipiell dahingehend unterschieden werden, ob sie pro Auktion ein einzelnes oder mehrere Güter allozieren sollen. Dies macht insbesondere dann Sinn, wenn die Auktionsteilnehmer additive Nutzen für Güterbündel besitzen. Diese können super- oder subadditiv sein. Die Bieter können also auf einzelne Güter oder auf Güterbündel bieten und diesen unterschiedliche Werte zuordnen, entsprechend ihren Nutzenfunktionen.

Die Autoren in [Vries2003] illustrieren den Vorteil kombinatorischer Auktionen mit folgendem Beispiel: Es wird angenommen, dass eine komplette Esszimmereinrichtung, bestehend aus Tisch und vier Stühlen, zum Verkauf steht. Der Auktionator muss nun entscheiden, ob er das ganze Set versteigert oder jedes Gut in insgesamt fünf einzelnen Auktionen. Es ist leicht ersichtlich, dass auch alle Konstellationen dazwischen versteigert werden können, wenn man den Bietern die Möglichkeit gibt, auf Kombinationen aus Tisch und Stühlen zu bieten. Dadurch lässt sich die Effizienz des Mechanismus steigern. Ein Bieter ist eventuell bereit, mehr für drei einzelne Stühle zu bezahlen als ein anderer für das ganze Set (subadditiver Nutzen), während ein oder zwei Stühle gar keinen oder nur wenig Wert für einen Agenten haben (superadditiver Nutzen). Tabelle 2 zeigt hierzu ein Zahlenbeispiel.

Tabelle 2: Beispiel für super- (Bieter 1) und subadditiven (Bieter 2) Nutzen für Kombinationen von Gütern

Güterbündel	{A}	{B}	{A,B}
Bieter1	3	3	10
Bieter2	10	10	5

Eine einfache Auktion würde den Bieter vor ein Prognoseproblem stellen, indem er Wahrscheinlichkeiten berechnen müsste für den Gewinn des zweiten und auch des dritten Stuhls. Ansonsten wüsste er nicht, wie viel er für den ersten Stuhl bieten sollte. Kombinatorische Auktionen bieten hier einen klaren Vorteil.

3.3 Das Winner Determination Problem in kombinatorischen Auktionen

Zur Ermittlung des bzw. der Gewinner einer kombinatorischen Auktion muss ein ganzzahliges Optimierungsproblem gelöst werden, das sogenannte Winner Determination Problem (WDP). Das WDP wurde bereits in zahlreichen wissenschaftlichen Arbeiten studiert und beschrieben. Als zentrale Arbeiten mit guten Übersichten über weitere Veröffentlichungen sei auf die Arbeiten von [Leyton00], [Krishna02], [Sandholm02], [Elendner03] und [Simchi04] verwiesen.

Die Ermittlung der Auktionsgewinner ist nur ein notwendiger aber nicht hinreichender Bestandteil eines Auktionsmechanismus. Hinzukommt die Bestimmung der zu bezahlenden Preise für die ersteigerten Güter (Pricing). Betrachtet man einfache Auktionsmechanismen, dann stellt man fest, dass sich für diese das Pricing relativ einfach gestaltet:

Der zu bezahlende Betrag eines Bieters i wird in Höchstpreisauktionen durch Zahlungsregel Z_i^{1st} (3.1) bestimmt. Für Zweitpreis- oder Vickrey Auktionen gilt Zahlungsregel Z_i^{2nd} (3.2), da nun zwar immer noch der Bieter mit dem höchsten Gebot gewinnt, er aber nur noch den Betrag in Höhe des zweithöchsten Gebotes zu entrichten hat.

$$Z_i^{1st} = \begin{cases} b_i : b_i > b_j \forall j \in I_i \\ 0 : sonst \end{cases} \quad (3.1)$$

$$Z_i^{2nd} = \begin{cases} b^* : b_i > b^* \text{ mit } b^* = \max(b_j) \forall j \in I_i \\ 0 : sonst \end{cases} \quad (3.2)$$

Für kombinatorische Auktionen gestaltet sich die Bestimmung der Zahlungsregel etwas schwieriger. Es ist nicht mehr eindeutig identifizierbar, welcher Auktionsteilnehmer gegen wen verloren hat und somit sind auch die Vickreyzahlungen nicht mehr direkt ablesbar.

Zur Bestimmung der Zahlungen in kombinatorischen Vickrey Auktionen wird der Vickrey-Clarke-Groves-Mechanismus (VCG) verwendet, benannt nach den Autoren mit grundlegenden Arbeiten zu diesem Mechanismus: [Vickrey61], [Clarke71] und [Groves73]. Auktionen, die den VCG-Mechanismus anwenden, werden auch Generalized Vickrey Auctions (GVA) genannt [Parkes00].

Dabei geht man analog zum Pricing in einfachen Vickrey Auktionen vor, bei dem die Zahlung des Auktionsgewinners sich aus der Differenz seines Gebotes und seines Beitrages zur Gesamtwohlfahrt ergibt. Der Beitrag zur Gesamtwohlfahrt ist genau die Differenz aus dem gewinnenden Gebot und dem zweithöchsten Gebot, da ohne die Teilnahme des gewinnenden Bieters die Gesamtwohlfahrt exakt um diese Differenz geschrumpft wäre. Für den VCG-Mechanismus in kombinatorischen Auktionen lässt sich dies formal folgendermaßen beschreiben:

Mit G^* wird der optimale Zielfunktionswert eines WDP bezeichnet. Weiterhin bezeichnet man mit G_i^* den Zielfunktionswert des WDP ohne Berücksichtigung der Gebote des Bieters i . W bezeichnet die Menge der Gewinner einer Auktion, also die Agenten, von denen mindestens ein Gebot akzeptiert wurde. Den kumulierten Beitrag zur Gesamtwohlfahrt der Auktionsteilnehmer, also den Beitrag zum Zielfunktionswert G^* eines bestimmten Bieters i , bezeichnet man mit β_i für das gilt:

$$\beta_i = \sum_{j \in J} b_{j,i} x_{j,i} \quad (3.3)$$

Damit lässt sich direkt die Zahlungsregel Z_i^{VCG} eines Agenten i für den VCG-Mechanismus schreiben als

$$Z_i^{VCG} = \beta_i - (G^* - G_i^*) \quad (3.4)$$

Wie in der einfachen Vickrey Auktion (3.2) wird der Gebotspreis um den Beitrag des Bieters zur Auktion reduziert. Man beachte aber, dass dies bedeutet, dass man zur vollständigen Bestimmung aller Vickreyzahlung das zugehörige WDP $|W|+1$ oft lösen muss, jeweils reduziert um den betrachteten Agenten.

4. Modellierung des Torbelegungsproblems als kombinatorische Auktion

Die ankommenden Lkw müssen an den Abfertigungstoren entladen werden. Dort konkurrieren sie um Zeitfenster an den Abfertigungstoren. Dies entspricht einem Maschinenbelegungsproblem (JSP – Job Shop Scheduling), bei dem Aufträge (Jobs) um die Allokation von Ressourcen einer oder mehrerer Maschinen konkurrieren. Die Ressourcen sind in diesem Fall Zeitintervalle an den Abfertigungstoren. Gleichzeitig bemessen die Jobs unterschiedlichen Zeitintervallen unterschiedliche Werte zu. Ebenso konkurrieren sie nicht zwangsläufig um die gleiche Menge an Zeitintervallen sondern entsprechend der veranschlagten Prozessdauer (Dauer der Entladung).

Nach [Neumann02] lässt sich ein Problem der Maschinenbelegungsplanung grundsätzlich folgendermaßen charakterisieren: Gegeben sei eine Menge an Prozessen oder Jobs j . Jeder Prozess oder Job j wird genau einmal gestartet und wenn er einmal gestartet wurde, kann er nicht mehr unterbrochen werden (non-preemptive jobs). Es können gleichzeitig maximal so viele Jobs gestartet werden, wie Maschinen (=Abfertigungstore) zur Verfügung stehen. Jeder Job j kann charakterisiert werden durch einen frühesten Beginnzeitpunkt (release date) rel_j , einem spätesten Fertigstellungszeitpunkt (due date) due_j , sowie einer Dauer (processing time) $proc_j$. Gleichzeitig können verschiedene Jobs mittels des Gewichtungsfaktors w_j unterschiedlich gewichtet werden. Dieser hat in erster Linie Einfluss auf die Art der Zielfunktion, je nach dem, ob Zeiten oder Kosten optimiert werden sollen. Im Falle der Torbelegungsplanung findet man diese Gewichtung wieder, allerdings nicht als Gewichtung der Jobs (Entladungen), sondern als Wertigkeiten der Zeitfenster. Tabelle 3 stellt die analog verwendeten Begrifflichkeiten gegenüber.

Tabelle 3: Gegenüberstellung der Begriffsanalogien aus der Maschinenbelegungsplanung und der Torbelegungsplanung

Maschinenbelegung	↔	Torbelegung
Maschinen	↔	Abfertigungstore
Jobs	↔	Entladung von Lkw
Bearbeitungsdauer	↔	Dauer der Entladung
Bereitstellungstermin	↔	Ankunft der Lkw
Fälligkeitstermin	↔	Späteste mögliche Ankunft
Gewicht	↔	Wert eines Zeitfensters

4.1 Formulierung des Winner Determination Problems

Es werden folgende Variablen definiert:

$J = \{1 \dots |J|\}$ Menge der Gebote

$V = \{1 \dots |V|\}$ Menge der verfügbaren Zeitfenster

$I = \{1 \dots |I|\}$ Menge der Bieter

$P = \{1 \dots |P|\}$ Menge der verfügbaren Abfertigungstore

N_v Anzahl geöffneter Abfertigungstore in Zeitfenster v

b_j Wert des Gebotes j

$c_{v,p}$ Reservierungspreis des Zeitfensters v an Abfertigungstor p

e_j Zeitfenster in dem die Entladung des Gebots j endet

$$a_{j,v} = \begin{cases} 1: & \text{Gebot } j \text{ beinhaltet das Zeitfenster } v \\ 0: & \text{sonst} \end{cases}$$

$$k_{j,i}^i = \begin{cases} 1: & \text{Gebot } j \text{ ist von Bieter } i \\ 0: & \text{sonst} \end{cases}$$

$$X_{j,p} = \begin{cases} 1: & \text{Gebot } j \text{ wird akzeptiert und Tor } p \text{ zugeordnet} \\ 0: & \text{sonst} \end{cases}$$

$$Y_{v,p} = \begin{cases} 1: & \text{Zeitfenster } v \text{ an Tor } p \text{ wird alloziert} \\ 0: & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit lässt sich das WDP zur effizienten Torbelegung wie folgt formulieren:

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} b_j X_{j,p} - \sum_{v \in V} \sum_{p \in P} c_{v,p} Y_{v,p} \quad (4.1)$$

$$s.t. \sum_{i \in J} \sum_{p \in P} a_{j,v} X_{j,p} \leq N_v \quad \forall v \in V \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in J} a_{j,v} X_{j,p} \leq 1 \quad \forall p \in P, v \in V \quad (4.3)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} k_{j,i}^i X_{j,p} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in J} a_{j,v} X_{j,p} \leq Y_{v,p} \quad \forall v \in V, p \in P \quad (4.5)$$

$$X_{j,p} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, p \in P \quad (4.6)$$

$$Y_{v,p} \in \{0,1\} \quad \forall v \in V, p \in P \quad (4.7)$$

Durch das ganzzahlige Optimierungsproblem WDP ((4.1)-(4.7)) werden alle Einheitszeitfenster v gesamtwohlfahrtsmaximierend unter den bietenden LDL alloziert. Die Zielfunktion (4.1) maximiert dabei den summierten Nutzen aller Bieter der durch Allokation eines Zeitfensters entsteht. Damit es möglich ist, die Zeitfenstervergabe unter Berücksichtigung der Präferenzen des Warenempfängers graduell zu beeinflussen wird der Reservierungspreis $c_{v,p}$ pro Zeitfenster v und Abfertigungstor p über die Binärvariable $Y_{v,p}$ in der Zielfunktion berücksichtigt. Die durch die Vergabe eines bestimmten Zeitfensters entstehenden Mehrkosten werden von der Gesamtwohlfahrt subtrahiert, können aber durch entsprechend hohe Gebote der Agenten kompensiert werden.

Restriktion (4.2) stellt sicher, dass nie mehr Zeitfenster alloziert werden als Eingangstore N_v zur Verfügung stehen. Gleichzeitig darf pro Abfertigungstor p ein Zeitfenster maximal einmal alloziert werden, damit keine Überbuchungen stattfinden. Hierfür sorgt Restriktion (4.3). Da es sich um eine Auktion mit identischen Gütern handelt, muss Restriktion (4.4) zusätzlich eingeführt werden, damit gewährleistet ist, dass pro Bieter nur ein Gebot akzeptiert wird. Dass die Zeitfenster konsekutiv vergeben werden, also eine einmal begonnene Entladung an einem Abfertigungstor nicht mehr unterbrochen wird, wird durch den Index p der Entscheidungsvariablen $X_{j,p}$ sichergestellt. Ein Gebot kann also nicht aufgeteilt werden. Restriktion (4.5) setzt bei Allokation eines Zeitfenster auf ein Abfertigungstor die entsprechende Entscheidungsvariable $Y_{v,p}$, damit diese korrekt in der Zielfunktion berücksichtigt wird. Restriktionen (4.6) und (4.7) definieren schließlich den Wertebereich der Entscheidungsvariablen $X_{j,p}$ und $Y_{v,p}$.

5. Ergebnisse

Die beschriebene Problemstellung wurde in ILOG OPL Studio 3.6.1 implementiert, um das WDP mithilfe des exakten Solvers CPLEX 8.1 zu lösen. Es wurden mehrere Testdatensätze generiert, um unterschiedliche Parameterkonfigurationen hinsichtlich ihres Einflusses auf Laufzeit und Ergebnis zu untersuchen. Die in den Experimenten gewonnenen Ergebnisse zeigen, dass sich das Verfahren sehr gut eignet, um im operativen Betrieb eingesetzt zu werden. Im Folgenden werden zunächst die Ergebnisse hinsichtlich der Gesamtlaufzeiten vorgestellt. Anschließend wird die Entwicklung der Gesamtwohlfahrt präsentiert und im Zusammenhang mit den resultierenden Vickreyzahlungen diskutiert.

5.1 Gesamtlaufzeiten

Die Gesamtlaufzeit eines Experiments wurde bestimmt aus der Summe der Zeit zur Bestimmung der Allokation selbst und allen Zeiten, die für die Kalkulation der Vickreyzahlungen benötigt wurden. Insgesamt lässt sich festhalten, dass sich die Gesamtlaufzeiten aller Experimente weit unterhalb der 3600s-Marke befanden und somit keine Parameterkonfiguration über eine Stunde Rechenzeit in Anspruch nahm. Der Großteil aller Berechnungen konnte vielmehr im Sekundenbereich abgeschlossen werden, was einen Einsatz im operativen Planungsbereich ermöglicht.

Die Rechenzeit hat sich dabei als direkte Abhängige der Anzahl Bieter, der benötigten Zeitfenster und der verfügbaren Abfertigungstore gezeigt. Dies war auch zu erwarten, da diese drei Parameter die Größe des Lösungsraumes bestimmen und je größer der Lösungsraum, desto länger benötigt das zugrunde liegende Branch-and-Bound-Verfahren zur Ermittlung der optimalen Lösung.

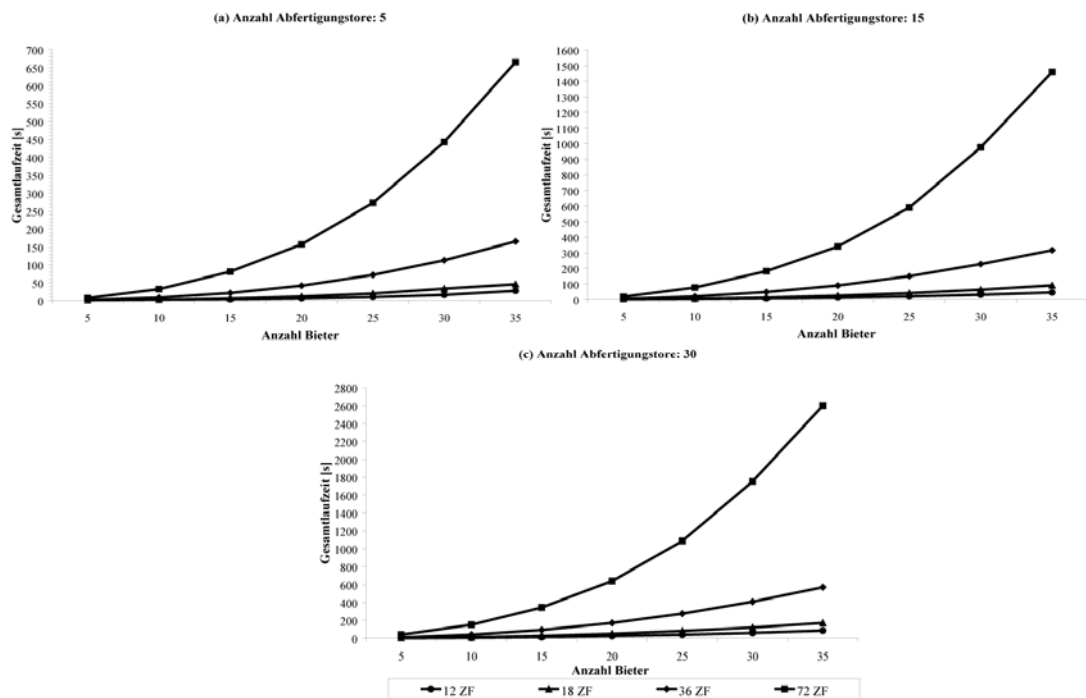


Abbildung 4: Gesamtlaufzeiten in Abhängigkeit der Anzahl Bieter und für eine steigende Menge an verfügbaren Zeitfenstern. (a) zeigt die Ergebnisse für fünf Abfertigungstore, (b) für 15 und (c) für 30. In allen Experimenten wurden je zwei Zeitfenster von jedem Bieter b

Abbildung 4 zeigt die Entwicklung der Gesamtlaufzeiten. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Anzahl Bieter die Gesamtlaufzeiten steigen. Dies ist u.a. zu erklären mit der häufigeren Berechnung der Vickreyzahlung Z_i^{VCG} jedes Bieters, sowie die um diesen Bieter reduzierte Gesamtwohlfahrt G_i^* . Der Einfluss des Parameters Bieteranzahl schlägt sich jedoch erst dann drastisch in der Gesamtlaufzeit des Verfahrens nieder, wenn gleichzeitig die Anzahl verfügbarer Zeitfenster erhöht wird. In den Graphiken (a)-(c) tritt deutlich das exponentielle Wachstum der Gesamtlaufzeit zum Vorschein. Dies war zu erwarten, da in allen kombinatorischen Auktionen die Tractability von der Anzahl Bieter und der Anzahl der zu versteigernden Güter abhängt. Noch stärker tritt das Wachstum der Gesamtlaufzeit hervor, wenn die Anzahl der Abfertigungstore erhöht wird. Dies ist auch logisch und unterstreicht die Korrektheit der Modellierung, da eine Verdopplung der verfügbaren Tore gleichzeitig eine Verdopplung der verfügbaren Zeitfenster bedeutet. Das Laufzeitverhalten selbst verändert sich jedoch nicht, nach wie vor ist exponentielles Wachstum zu beobachten. Die längste Gesamtlaufzeit ist demnach bei 35 Bieter, 72 Zeitfenstern und 30 Abfertigungstoren zu beobachten (Teilgraphik (c), 2601 Sekunden), die geringste bei fünf Bieter, zwölf Zeitfenstern und nur fünf Abfertigungstoren, wo die Gesamtlaufzeit unter einer Sekunde betrug.

Tabelle 4 zeigt zusammenfassend die Eckdaten weiterer Experimente. Das exponentielle Wachstum war stets zu beobachten. Die veranschlagte Servicezeit pro Bieter (Anzahl benötigter Zeitfenster) hatte dabei keinen signifikanten Einfluss auf die Rechenzeit. Tendenziell war sogar eine Verkürzung der Gesamtlaufzeit zu beobachten. Dies lässt sich damit erklären, dass eine Erhöhung der benötigten Zeitfenster den Lösungsraum einschränkt. Es existieren schlicht nicht mehr so viele Möglichkeiten die verfügbaren Zeitfenster auf die Bieter zu verteilen, wenn jeder Bieter mehr Zeitfenster erhalten muss.

Tabelle 4: Übersicht der Gesamtlaufzeiten weiterer Experimente: Unabhängig von der Anzahl benötigter Zeitfenster (Servicezeit) wächst die Gesamtlaufzeit exponentiell an. Alle Gesamtlaufzeiten sind jedoch kurz genug, um im operativen Planungsbetrieb eingesetzt zu werden

Bieter	Servicezeit	Zeitfenster	Tore	Gesamtlaufzeit [s]
5	2	12	5	0,85
5	3	12	5	0,37
5	4	12	5	0,36
10	2	18	5	2,57
10	3	18	5	2,62
10	4	18	5	2,57
20	2	36	5	42,00
20	3	36	5	41,92
20	4	36	5	42,04
35	2	72	5	666,00
35	3	72	5	671,84
35	4	72	5	670,34
5	2	12	30	1,59
5	3	12	30	1,48
5	4	12	30	11,95
10	2	18	30	11,43
10	3	18	30	11,76
10	4	18	30	170,41
20	2	36	30	169,624
20	3	36	30	175,90
20	4	36	30	2601,36
35	2	72	30	2374,86
35	3	72	30	2374,86
35	4	72	30	2399,53

5.2 Gesamtwohlfahrt und Vickreyzahlungen

Die Gesamtwohlfahrt der Auktion ist als summierter Nutzen aller Bieter definiert. Dies bedeutet, dass eine positive Gesamtwohlfahrt einem positiven Nutzen für alle Bieter gleichkommt. Einzige Ausnahme wäre ein Fall, in dem ein Bieter kein Zeitfenster alloziert bekäme, da dann der Einzelnutzen dieses Bieters gleich Null wäre. Obwohl dies aufgrund der Versuchplanung nicht auszuschließen ist, so ist es doch für den realen Betrieb auszuschließen. Würde ein LDL kein Zeitfenster zugeordnet bekommen, könnte er keine Waren anliefern und der gesamte Prozess würde nicht funktionieren. Dies wäre aber nur dann möglich, wenn es zu einer Überauslastung käme (Auslastung größer 100%). In diesem Fall würde jedwedes Steuerungsverfahren versagen, da nicht mehr Zeitfenster vergeben werden können als ursprünglich zur Verfügung stehen. Im Falle einer Auslastung kleiner 100% kann dies jedoch nicht vorkommen, da auch das unbeliebteste Zeitfenster eines Bieters keinen negativen Nutzen für ihn darstellen kann (Nichtnegativität der Gebote).

Betrachtet man die Entwicklung der Gesamtwohlfahrt in Abhängigkeit der Versuchsparameter, so fällt auf, dass insbesondere die Gebotshöhen, die Anzahl der verfügbaren Zeitfenster und die Anzahl der Bieter die Gesamtwohlfahrt erhöhen. Weiterhin ist festzustellen, dass durch eine Erhöhung der verfügbaren Abfertigungstore keine Gesamtwohlfahrtssteigerung zu beobachten ist. Da sich die Gesamtwohlfahrt aus der Summe der Gebote für das jeweils allozierte Zeitfenster ergibt, führt eine Erhöhung des durchschnittlichen Gebotswertes auch zu einer Erhöhung der daraus resultierenden Summe. Gleichzeitig steigt die Gesamtwohlfahrt direkt proportional mit der Anzahl der Bieter. Je mehr Bieter ein Zeitfenster wollen und dieses auch zugewiesen bekommen, desto höher fällt selbstverständlich auch die daraus resultierende Gesamtsumme aus. Bei gleicher Anzahl Bieter steigt die Gesamtwohlfahrt ebenfalls, wenn die Anzahl verfügbarer Zeitfenster erhöht wird. Dies ist auch zu erwarten, da dies in jeder Mehrfachauktion zu erwarten ist: Je mehr Zeitfenster vorhanden sind, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Bieter auch ihr "Wunschzeitfenster", also das mit dem höchsten Gebot alloziert bekommen.

Abbildung 5 zeigt die Entwicklung der Gesamtwohlfahrt in Abhängigkeit der Anzahl Bieter und für eine steigende Menge an Bietern. Der lineare Zusammenhang zwischen der Bieteranzahl und der Gesamtwohlfahrt ist deutlich zu erkennen. Zu beachten ist das stark unterschiedliche Niveau der Wohlfahrten in den Teilabbildungen (a) und (b). Dies ist damit zu erklären, dass (a) und (b) jeweils die Ergebnisse unterschiedlicher Gebotsstrukturen abbilden. Im Fall (b) wurden die Gebote wie bereits beschrieben ermittelt. Im Fall (a) wurde sich bei der Gebotsbildung nur auf den Mittelwert bezogen, was zu einem deutlich geringeren durchschnittlichen Gebotswert geführt hat, da nun deutlich mehr Geboten kein Nutzen zugesprochen wurde (Wert Null).

Sobald von jedem Bieter ein Angebot akzeptiert wurde, kann eine Steigerung der Gesamtwohlfahrt nur noch erreicht werden, in dem von mehr Bietern das jeweilige Maximalgebot akzeptiert wird. Selbstverständlich ist dies nur möglich, wenn die Anzahl der zu versteigernden Güter erhöht wird. Wie bereits in Abbildung 5 dargestellt, tritt dieser Effekt bei einer Erhöhung der verfügbaren Zeitfenster pro Abfertigungstore auf. Gleichzeitig ist dies natürlich durch eine Erhöhung der vorhandenen Abfertigungstore zu erreichen. Hier ist wieder die eingangs genannte Restriktion zu berücksichtigen, dass von allen Bietern genau ein Gebot akzeptiert werden muss. Zu Testzwecken wurde in einem Experimentenlauf die Anzahl verfügbarer Tore weiter reduziert, um den Effekt der sinkenden Gesamtwohlfahrt zu demonstrieren (Abb. 6).

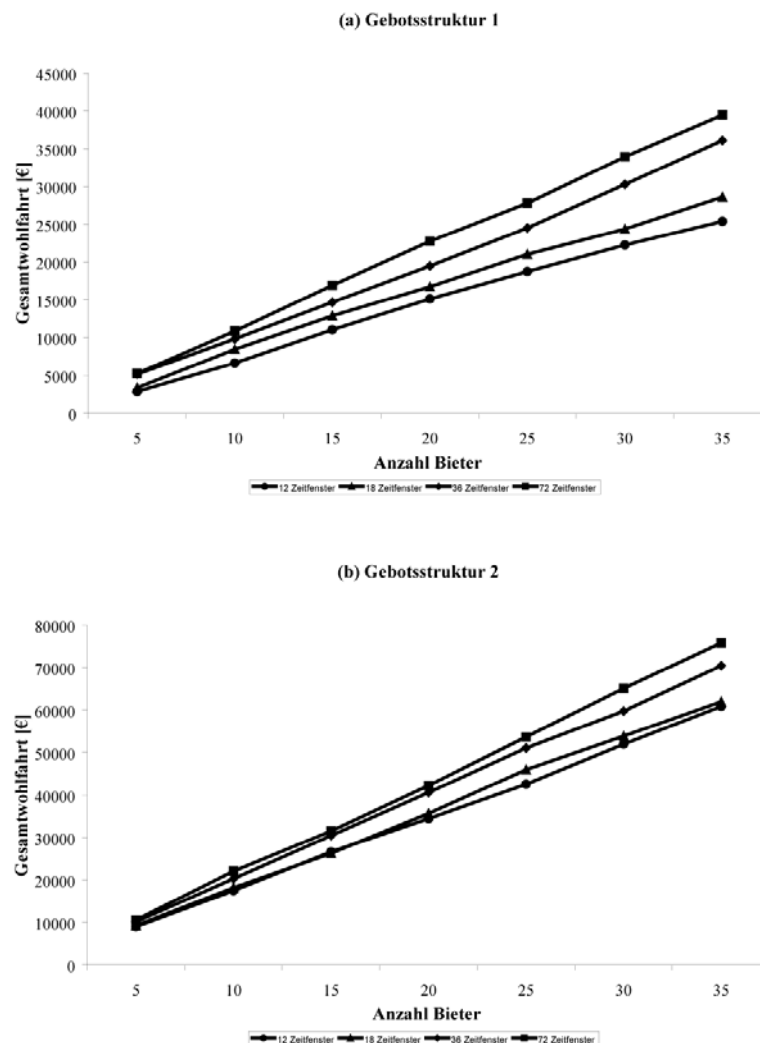


Abbildung 5: Gesamtwohlfahrten in Abhängigkeit der Anzahl Bieter und für eine steigende Menge an verfügbaren Zeitfenstern. (a) und (b) zeigen Ergebnisse für unterschiedliche Gebotsstrukturen, wobei die durchschnittliche Gebotshöhe in (b) größer ist als in (a). In allen Experimenten wurden je zwei Zeitfenster von jedem Bieter benötigt und es standen zehn Abfertigungstore zur Verfügung

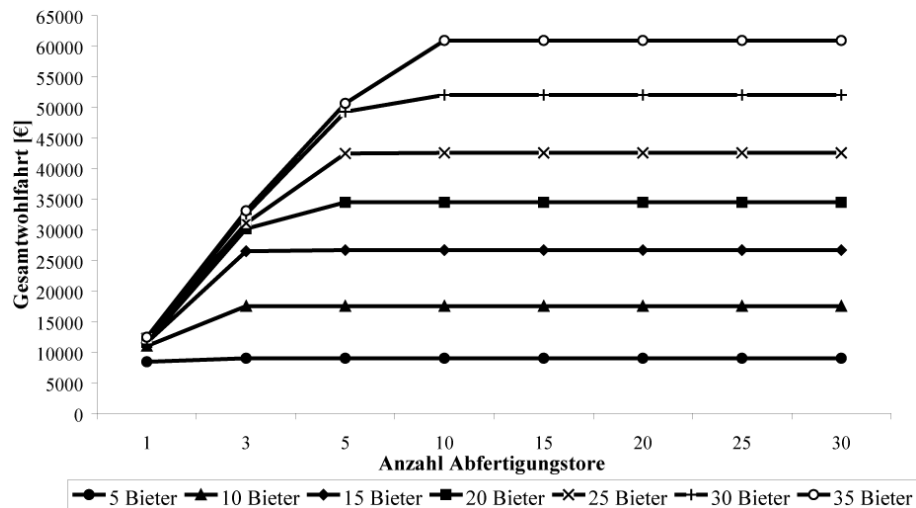


Abbildung 6: Gesamtwohlfahrt in Abhängigkeit der Anzahl verfügbarer Abfertigungstore und steigender Anzahl Bieter bei zwölf verfügbaren Zeitfenstern pro Abfertigungstor. Deutlich zu erkennen ist der starke Anstieg bei sehr wenigen Abfertigungstoren. Sinkt die Auslastung unter 100%, verringert sich die Steigerungsrate der Gesamtwohlfahrt, bis sie schließlich konstant verläuft

Die Auslastung ρ kann als Quotient der insgesamt verfügbaren Zeitfenster und der benötigten Zeitfenster dargestellt werden. Abbildung 7 zeigt den theoretischen Verlauf der Auslastung in Abhängigkeit der verfügbaren Tore und für unterschiedliche Bieteranzahlen. In diesem Beispiel benötigt jeder Bieter zwei Zeitfenster und pro Abfertigungstor stehen zwölf Zeitfenster zur Verfügung. Man sieht, je mehr Bieter und je weniger Tore desto näher ist die Auslastung nahe der Grenze (waagerechte gestrichelte Linie). Erst mit fünf verfügbaren Toren kann sichergestellt werden, dass alle Bieter ein Zeitfenster bekommen (senkrechte gestrichelte Linie, Ausnahme: 35 Bieter). Dementsprechend kann der starke Anstieg der Gesamtwohlfahrt in Abbildung 6 damit erklärt werden, dass in diesem Bereich die Auslastung größer 100% war. Der darauf folgende leichte Anstieg lässt sich durch eine optimierte Allokation erklären. Mit zehn Abfertigungstoren stehen so viele Zeitfenster zur Verfügung, dass alle Bieter stets ihr optimales Zeitfenster bekommen, und somit die Gesamtwohlfahrt nicht mehr gesteigert werden kann.

Neben der Gesamtwohlfahrt als Maß für den Nutzen der Auktionsteilnehmer sind die Vickreyzahlungen derselben von Interesse. Die Gesamtwohlfahrt addiert nur den maximalen Nutzen aller Bieter. Der individuelle Nutzen ergibt sich aus der Differenz dieses Maximalwertes (des Gebotswertes) und der zu leistenden Vickreyzahlung zur Erlangung des Maximalnutzens. Stehen so viele Zeitfenster und Abfertigungstore zur Verfügung, dass das Maximalgebot jedes Bieters akzeptiert werden kann, so entstehen logischerweise keinerlei Vickreyzahlungen, da kein Bieter einem anderen ein Zeitfenster "weggeschnappt" hat. Betrachtet man die durchschnittlichen Vickreyzahlungen pro Experiment, so zeigt sich ein Verlauf, der ganz analog zur Entwicklung der Gesamtwohlfahrtssteigerungsraten verläuft (Abbildung 8).

Allgemein kann festgehalten werden, dass die Vickreyzahlungen ansteigen, je höher die Konkurrenz um bestimmte Güter ist. Konkurrenz entsteht, wenn das Angebot an Gütern reduziert wird, also weniger Zeitfenster an weniger Toren zur Verfügung stehen. Andererseits entsteht Konkurrenz durch eine gesteigerte Nachfrage, also wenn mehr Auktionsteilnehmer auf dieselbe Anzahl Zeitfenster bieten. Weiterhin nimmt die Gebotsstruktur Einfluss auf die Höhe der Vickreyzahlungen. So steigen die durchschnittlichen Vickreyzahlungen ebenfalls an, wenn bestimmte Zeitfenster verstärkt nachgefragt werden. Abbildung 9 zeigt die durchschnittlichen Vickreyzahlungen für die gleichen Experimente, die in Abbildung 8 zu Grunde lagen, jedoch mit veränderten Geboten. Dabei wurden jeweils die Gebote für Zeitfenster des ersten Tagesdrittels verdoppelt um einer verstärkten Nachfrage der morgendlichen Zeitfenster abzubilden. Zu beobachten ist, dass noch bei zehn und 15 zur Verfügung stehenden Abfertigungstoren Vickreyzahlungen zu leisten sind und erst sehr spät von allen Bietern das maximale Gebot akzeptiert wurde.

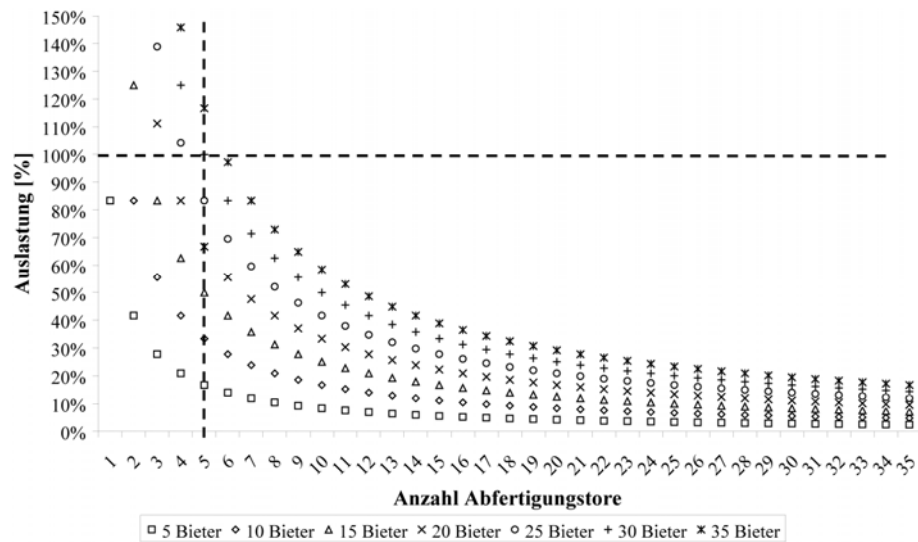


Abbildung 7: Verlauf der Auslastung in Abhängigkeit der verfügbaren Abfertigungstore für unterschiedliche Anzahl Bieter. Stets wurden zwei Zeitfenster pro Bieter benötigt, pro Tor stehen zwölf Zeitfenster zur Verfügung. Erst ab fünf verfügbaren Abfertigungstoren sinkt die Auslastung generell unter 100%, d.h. alle Bieter bekommen garantiert ein Zeitfenster.

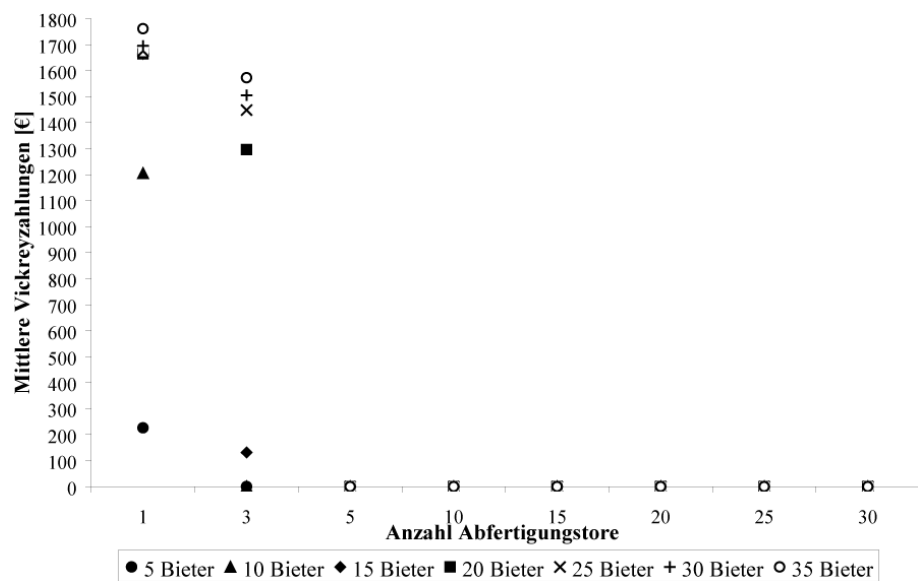


Abbildung 8: Entwicklung der durchschnittlichen Vickreyzahlungen in Abhängigkeit der verfügbaren Abfertigungstore für unterschiedliche Anzahl Bieter. Ab fünf Abfertigungstoren werden keine Zahlungen mehr geleistet, da bereits alle ein optimales Zeitfenster haben.

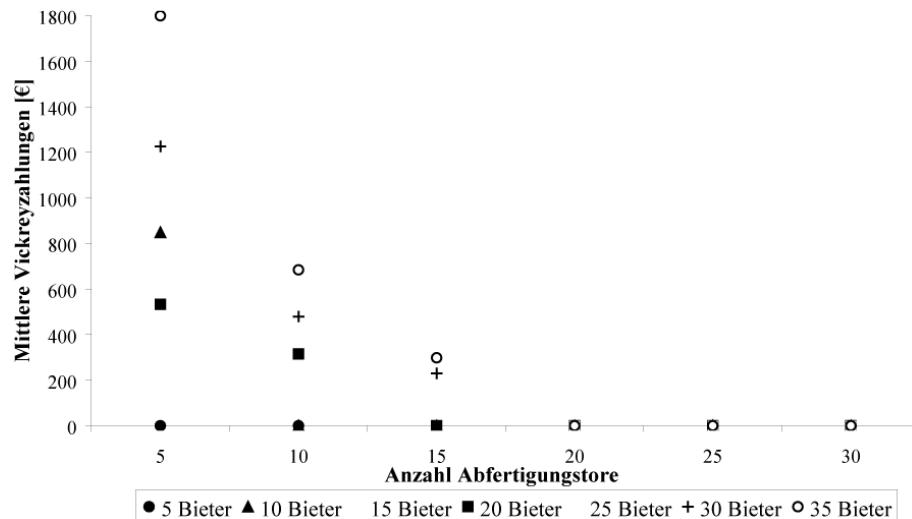


Abbildung 9: Verlauf der Vickreyzahlungen bei verstärkter Konkurrenz um Zeitfenster in den Morgenstunden.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die bis dato gefundenen Ergebnisse den Einsatz kombinatorischer Auktionen zur dezentralen Allokation beschränkter Ressourcen empfehlen. Das Problem der operativen Torbelegung kann man mit Hilfe dieser Methoden effizient, d.h. zum Nutzen aller Auktionsteilnehmer, lösen, sodass insbesondere kooperative Aspekte in der Logistik gefördert werden.

Literatur

- [Arnold98] Arnold, D; Rall, B.: Analyse des LKW-Ankunftsverhaltens in Terminals des kombinierten Verkehrs. IN: Internationales Verkehrswesen 50(1998)6, S. 262-264
- [Bartholdi99] Bartholdi III., J.J.; Gue, K.R.; Kang, K.: Reducing Labor Costs in an LTL Cross-docking Terminal. IN: Operations Research 48(1999)6, S. 823-832. [DOI 10.1287/opre.48.6.823.12397](https://doi.org/10.1287/opre.48.6.823.12397).
- [Bermudez01] Bermudez, R.; Cole, M.H.: A Genetic Algorithm Approach to Door Assignments in Breakbulk Terminals (MBTC-1102), Technical report, 2001. Mack-Blackwell Transportation Center, University of Arkansas, Fayetteville, Arkansas.
- [Chmielewski05] Chmielewski, A.; Clausen, U.: Entwicklung eines Dispositionsleitstandes zur Bestimmung optimaler Torbelegungen in Stückgutspeditiionsanlagen. IN: Logistics Journal :nicht-referierte Veröffentlichungen, abgerufen am 13.03.2008 von <http://www.elogistics-journal.de>. DOI: 10.2195/LJ_Not_Ref_d_Chmielewski_1220051
- [Clarke71] Clarke, E.H.: Multipart pricing of public goods. IN: Public Choice 11(1971)1, 17-33.
- [Conen03] Conen, W.: Kombinatorische Ressourcenallokation mit ökonomischen Koordinationsmechanismen, Dissertation, Universität Duisburg-Essen, 2003. Volltext s. <http://miless.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-11283/diss-conen.pdf>. Abgerufen am 13.03.2008
- [Elendner03] Elendner, T.: Winner Determination in Combinatorial Auctions: Market-based Scheduling. Berlin: Logos-Verlag, 2004. Zugl.: Dissertation, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.
- [Gomber97] Gomber, P.; Schmidt, C.; Weinhardt, C.: Elektronische Märkte für die dezentrale Transportplanung. IN: Wirtschaftsinformatik 39(1997)2, S. 137-145.
- [Gomber99] Gomber, P.; Schmidt, C., Weinhardt, C.: Efficiency, Incentives and Computational Tractability in MAS-Coordination. IN: International Journal of Cooperative Information Systems, (1999)8, 1-14.
- [Gomber00] Gomber, P.; Schmidt, C.; Weinhardt, C.: Pricing in Multiagent Systems for Transport Planning IN: Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce 10(2000)4, S. 271-280.
- [Groves73] Groves, T.: Incentives in teams. IN: Econometrica 41(1973)4, S. 617-631.
- [Gue99] Gue, K.R.: The Effects of Trailer Scheduling on the Layout of Freight Terminals. IN: Transportation Science 33(1999)4, S. 419-443.
- [Krishna02] Krishna, V.: Auction Theory. San Diego: Academic Press, 2002.
- [Leyton00] Leyton-Brown, K.; Shoham, Y.; Tennenholtz, M.: An Algorithm for Multi-Unit Combinatorial Auctions. In: Technical report, Computer Science Department. Stanford: Stanford University, 2000. Abgerufen am 13.03.2008 von <http://www.cs.ubc.ca/~kevinlb/publications.html>

- [McAfee87] McAfee, R.P.; McMillan, J.: Auctions and Bidding, IN: Journal of Economic Literature 25(21987)2, S. 699-738.
- [Neumann02] Neumann, K. & Morlock, M.: Operations Research. München [u.a.]: Hanser, 2002..
- [Pankratz99] Pankratz, G., Kopfer, H.: Analyse kombinatorischer Auktionen für ein Multi-Agentensystem zur Lösung des Groupage-Problems kooperierender Speditionen. In: Inderfurth, K. et al.: Operations Research Proceedings. Berlin [u.a.]: Springer, 1999. S. 443-448.
- [Parkes00] Parkes, D.C.: An Iterative Generalized Vickery Auction: Strategy Proofness without Complete Revelation. IN: Technical report, University of Pennsylvania, 2000.
- [Sandholm02] Sandholm, T.: Algorithm for Optimal Winner Determination in Combinatorial Auctions', IN: Artificial Intelligence (2002)135, S. 1-54.
- [Simchi04] Simchi-Levi, D.; Wu, S. & Shen, Z.: Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modelling in the E-business Era, Bosten, Mass. [u.a.]. Kluwer, 2004
- [Solomon87] Solomon, M.M.: Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Windows Constraints. IN: Operations Research 35(1987)2, S. 254-265.
- [Tsui92] Tsui, L. & Chang, C.: An Optimal Solution to a Dock Door Assignment Problem, IN: Computers and Industrial Engineering 23(1992)1-4, S. 283-286.
- [Vickrey61] Vickrey, W.: Counterspeculation, Auctions and Competitive Sealed Tenders, IN: Journal of Finance 16(1961)1, S 8-37.
- [Vries03] de Vries, S., Vohra, R.V.: Combinatorial Auctions: A Survey, IN: INFORMS Journal on Computing 15(2003)3, S. 284-309.
- [Weinhardt98] Weinhardt, C.; Schmalz, A.: Zentrale versus dezentrale Transportplanung, 1998. Abgerufen am 13.03.2008 von http://www.iw.uni-karlsruhe.de/Publications/9808_Zentrale_versus_dezentrale.pdf.